Abiturvorbereitung Mathematik 12 Novemberaufgabe „Extremwertaufgaben“ (späteste Abgabe Donnerstag 29.11.2007)

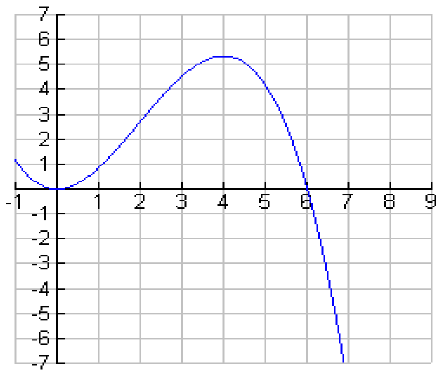
1. Von allen geraden Kreiskegeln, deren Mantellinie 12cm lang ist, wird derjenige gesucht, der das größte Volumen hat. Berechnen Sie für diesen Kegel Höhe und Grundkreisradius! (Hinweis: Ersetzen Sie r^2)

2. Für u>0 sei P(u/v) ein Punkt auf dem Graph der Funktion **g:** $g(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3x}$.
   Die Parallele zur x-Achse durch P schneidet die y-Achse in R; die Parallele zur y-Achse durch P schneidet die x-Achse in S. Bestimmen Sie u so, dass der Umfang des Rechtecks OSPR minimal wird.

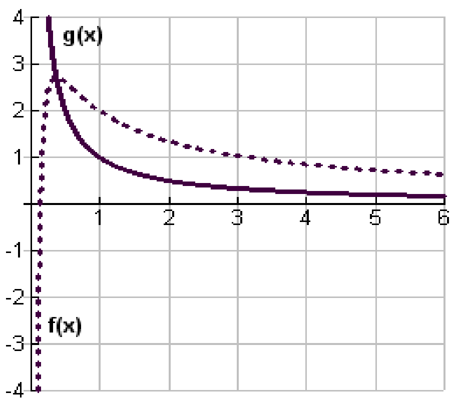
3. Gegeben ist eine Parabel p durch $y = g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}$. In das durch die Parabel und die x-Achse vollständig begrenzte Parabelsegment soll ein Rechteck einbeschrieben werden, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Ermitteln Sie die Länge einer Rechteckseite für den Fall, dass der Flächeninhalt des Rechtecks maximal wird.

4. Durch den Punkt P(4 / 2) soll eine Gerade so gelegt werden, dass das mit den Koordinatenachsen gebildete Dreieck den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat. Ermitteln Sie die Gleichung der Geraden und den Flächeninhalt des Dreiecks.

5. Die Abbildung zeigt den Graph der Funktion $y = f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 \ (x \in R)$. Der Graph der Funktion f schließt mit der x-Achse über dem Intervall $[0/6]$ eine Fläche ein. Bestimmen Sie den zur y-Achse parallelen Streifen der Breite 1LE, der aus dieser Fläche einen möglichst großen Teil ausschneidet.



6. Die Gerade mit der Gleichung $x = u \ (u > e^{-1})$ schneidet den Graph von **f(x)** im Punkt S und den Graph **g(x)** im Punkt T. Ermitteln Sie, für welchen Wert von u die Länge der Strecke $\overline{ST}$ maximal ist.



$g(x) = \frac{1}{x}$ und $f(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$